

数学作文：意蕴、类型及教学实现

王亚军¹，张 华²，马岷兴³

(1. 四川师范大学 基础教育课程研究中心，四川 成都 610066；

2. 四川师范大学 文学院，四川 成都 610066；

3. 四川师范大学 数学与软件学院，四川 成都 610066；)

[摘要] 数学作文是学生书写自己学习数学的体验与收获的文章，即用写作方式表达学生的数学观念，反映数学思考的过程和体验，以及公布自己进行数学探究的结果与存在的问题。它是一种开展数学文化教育的教学途径，是一种丰富学生数学情感，张扬学生数学个性，培养学生开放性数学思维和元认知能力的教学方式。一方面，数学作文能够展示学生的数学情感领域，成为透视学生“数学现实”的一个平台；另一方面，数学作文成为检视数学教学质量的一面镜子，能够引起教师对其教育观、数学观和学习观的反省与深思。

[关键词] 数学作文；数学文化；数学学习；数学情感；数学个性

[中图分类号] G623.5 **[文献标识码]** A DOI:10.3969/j.issn.1005-1058.2019.11.013

如何让学生在数学学习的过程中尽可能地经历横向数学化和纵向数学化的过程，这成为数学教育的现实课题。近年来，作为一种开展数学文化教育的教学途径，一种培养学生开放性思维和元认知能力的教学方式，同时也是一种张扬学生数学情感和个性的学习方式——“数学作文”受到了数学教育界的关注。

一、数学作文的意蕴

(一)何谓“数学作文”

数学是一种理性精神，也是一种文化和一种语言。数学教学除了是数字的教学，也是数学语言和数学文化的教学。而语言和文化最好的教学载体就是作文写作，因此，数学作文就是用作文的形式来教育和学习数学文化和数学语言。有学者将数学作文定义为“对数学现象、数学问题的看法、认识和探索，可以是对数学中简洁、统一、对称等美的认识和感受；可以是对数学学习兴趣、动机、方法、思想等的感想和反思；可以是对数学知识、教师教学等的批判性思考；可以是对数学思想方法和数学知识的应用探索；可以是科学与人文整合的创新，甚至是由数学而产生的科学幻想和猜想”^[1]；“数学作文是以数学知识、数学过程、客观世界的数学化认识为内容的一种

教学形式，是开展数学文化教育的一种教学模式，是以写作活动带动学生学习数学的一种新型的数学学习方式”^[2]。本文就数学作文与语文作文、数学其他教学形式进行对比，在比较中反观其本：第一，数学作文与语文作文有形式上的相同，数学作文是借用语文作文的文体形式再现数学学习；第二，数学作文与语文作文又有功能上的相异，数学作文是一种教学模式，更是一种学习模式，不是为了发展学生的语言表达能力，而是让学生在数学教师的引导下，用文字形式来表达自己的独特的数学学习体验、学习历程和学习收获，用以揭示蕴含丰富的数学知识、数学方法、数学技能、数学精神、数学思想和数学审美；第三，数学作文较数学其他教学形式而言对学生具有不同的教育意义，其中既有学生对数学知识和经验富有感情的反刍，又有对数学观念和方法独具个性的理解，还有对数学问题和思想勇于探索的研究，是一种丰富多彩的加工和别开生面的创造，带有强烈的生命底色和精神底蕴。同时，数学作文能够成为透视学生“数学现实”的一个平台，成为检视数学教学质量的一面镜子，能够引起教师对其教育观、数学观和学习观的反省与深思。^[3]

(二)数学作文的功能

[作者简介] 王亚军，教育学博士，讲师，研究方向：教师教育；张华，博士，教授，研究方向：教师教育；马岷兴，博士，教授，研究方向：数学教育。

1. 彰显数学个性和数学情感

大量的研究表明,学生并不是用数学家的眼光看待数学,而是作为一个生活中的人来体验数学、理解数学、表达数学和应用数学。数学作文是学生的个人创造,写出来的数学就是学生心中的数学,是数学意义和数学思维自我建构,无论是写作的构思、主题的确立,还是结构的安排、文字的表达,无不打上鲜明的个性特征。因此,数学作文具有不可重复性与不可模拟性。同时,数学作文还是学生情感、意志、感悟和期盼的心灵舞台,学生可以在字里行间直抒胸臆、畅所欲言,诉说数学的酸甜苦辣,可以在充满“人性化”的数学作文里孕育和升华自己的数学感情。这不但对作者富有教育意义,而且那份理解、感悟和情感对读者也容易产生共鸣,师生之间可以在此得到有效的沟通。

2. 延伸数学“双基”和数学观念

数学作文关注学生内部的“数学世界”,其中既有对数学情感和体验的抒发,数学过程和方法的展示,也有对数学思想、数学问题的思考,数学知识和技能的归纳。学生通过观察、收集、记录他们生活中的“数学问题”和“数学例子”,提高了学习数学的兴趣和信心,并能用数学的观念和态度去解释和表示事物的数量关系、空间形式和数据信息。在数学作文训练的独立分析、探究阐释或描述等过程中,学生将所获得的数学知识联结成为有序的、有规律的整体,有利于发展他们的数学“量化意识”和良好的“数感”,有利于提高解决问题的能力,把握数学思想和方法。与单纯的解题训练下的“双基”相比,数学作文更具有生命气息与生命活力,可以建构起更加丰满而理性的“心理意义”。

3. 丰富课程资源和数学文化

数学作文源于教育对象——学生之手,记录下了学生在数学学习过程中的所见所闻、所思所感、所悟所惑,既是学生数学学习成败得失的重要资料,又是学生数学素养、个性成长的真实记录。可以说,一篇数学作文就是一份独特的数学课程资源,其蕴含的教育价值独特、丰富而且真实、深刻,是一种已经产生了教育影响的课程资源。诚然,学生学习数学不仅仅是获得计算和推理的能力,更重要的是获得探索数学的体验,获得数学文化的陶冶。数学是一种语言,也是文化的载体,数学作文通过体验、解读数学文化给人类带来的影响,也折射出数学文化对作者和读者的精神价值。因此,数学作文是享受、感悟和丰富数学文化的有效方式。

(三)数学作文的价值

1. 数学思维的过程体验

数学作文是用“写作”的方式表达“观念”,反映“过程与体验”,公布“探究的结果与存在的问题”,因而数学作文在本质上不仅注重对问题意识、研究习惯的培养,而且尤其注重对体验过程、主体参与的追求。在数学作文中,写作的方式有助于数学思维的缜密化和流畅化,展现学生的数学思考和学习经历。这是一种主动学习的过程,是学生对自己的数学思维进行展示、剖析和开掘的活动。它能更深层次地帮助学生组织与整理数学的基本概念,对自己的数学学习过程进行回顾、总结和评价。

2. 数学想象的开放空间

相较于传统的解题训练,学生在数学作文的写作中,可以自由发挥、大胆想象,充分表达他们的数学观念,反映数学思考的过程、体验和结果,数学教学的空间更为开放,数学学习的视角更为广阔,学生有更多的机会、更多的方式表述自己的观点,探究数学问题。可以说,数学作文不仅打破了按部就班、照猫画虎的题海训练模式,打破了只问结果、不问过程的被动学习状态,而且开启了学生学习的潜能和热情,扩展了学生多元学习的空间。因此,它是一种培养开放性思维的教学模式。

3. 数学学习的创新表达

数学作文表达的是学生对数学新的看法和体会,传递的是新的体验和感受,展示的是新的发现和愿望。在数学作文中形成的“数学成果”可以是逻辑的,也可以是情感的,还可以是作者期盼的;可以针对数学现象、数学问题,也可以针对数学教学、数学学习,还可以针对数学思想、数学猜想等。可以说,一篇数学作文就是学生的一种“创新”。诚然,这种创新,并非一定是“创造发明”,也未必仅仅指“新颖”的物质产品,心有真情、写有个性、文有价值即是创新。

二、数学作文的类型

作为一种极具开放性的学习方式,数学作文有不同的分类标准和分类形式。就作文文体而言,数学作文与语文作文无较大差异;就学习内容而言,可分为数学知识的理解、数学问题的探究、数学学习的体验、数学论著的欣赏、数学知识的运用、数学思维的培养;就学习目的而言,可分为知识探究型、体验感悟型和发现创新型。本文以数学学习目的为主轴交错数学学习内容,对数学作文的类型进行分类阐释。

(一)按图索骥:知识探究型作文

数学课程学习的首要任务是数学知识的掌握和数学

问题的解决。学生用数学作文表达对数学知识概念、原理等的基本认知、感悟和理解,呈现数学学习中对典型问题、关键问题和难解问题的探索过程和探索结果。如作文《看见整式要hold住》在这篇作文中学生并没有按照教科书上的知识体系进行罗列性的归纳,而是对自己和同学们容易出现概念混淆的,容易出错的运算法则、运算性质,以及一些典型的题型进行了归纳总结,采用现在流行的网络语言,以拟人的手法写作^[4]。当教师把文章在班上作为范文向同学们展示时,由于同学的语言更贴近同学们的接受能力,使得曾经出现过类似错误的同学也记得更牢了,学习效果强于教师的强调。

(二)畅所欲言:体验感悟型作文

对于学习数学的学生而言,他们不仅可以欣赏数学故事、数学历史、数学论著中的数学之美,还可以表达自己在数学学习中的数学情感,展示自己应用数学的数学个性。如教师可让学生以作文的形式表达自己对数学的喜怒哀乐,总结自己数学学习的成功与失误,并在今后的数学学习活动中加以运用。如同学写作的《数学的“酸”与“痛”》《我与数学学习》等道出了学生在数学学习中的快乐、困惑,甚至是恐惧与反对,这给教师认识学生的“数学现实”提供了镜子,也对培养学生良好的数学学习习惯、科学的学习方法提供了“梯子”。

(三)奇思妙想:发现创新型作文

数学不只是让学生被动地模仿记忆,而且需要学生的探究发现和创新运用。在数学学习中需要让学生主动去探索并解决一些数学问题,合理发挥想象,自由奇异地进行发散思维训练,尊重学生的创造性,鼓励学生的异想天开,激励学生用自己独特个性的办法解决数学问题。需要在数学学习中让学生从生活的点点滴滴,捕捉到数学思考点燃的火花,运用数学方法创造性地解决现实生活中的数学问题。如一位同学写了一篇名为《用数学方法解决城市放射状道路布局问题》的作文,这位学生为了研究这一问题,在街口整整站了一天观察、统计车流情况,并运用于城市道路布局的决策建议中^[5]。

三、数学作文的教学实现

教学本质上是师生之间以对话、交流、合作为基础进行文化知识传承和创新的特殊交往活动,这种活动由教师、学生、课程教材、教学方法、教学手段、教学环境以及教学评价等要素组成,各要素之间构成错综复杂的各种关系^[6]。本文结合数学作文的教学特点,将教学活动的七个基本要素,梳理归纳为“题目命制、教学模式、教学指导、教学评价”四环节,

通过四环节的创新实施,达成拉近教师和学生心理距离,激发学生数学学习动机和灵感的目标。

(一)“双基·趣味·实用”的题目命制

“数学作文题的命制,是一门技术,也是一门艺术”^[7],数学作文的命制必须考虑立意、素材和表达三个基本要素,明确的主题、典型的素材和科学的表达是命题的基础和作文的源泉,教师可以从知识、方法、问题、变式训练、课外活动、数学史话等着手。同时,实践表明,趣味性、应用性、探索性的题目是学生普遍喜欢的写作内容,数学作文可以结合数学学科的内容与特性,围绕符合学生心理、立足“双基”发展、面向生活实际三条思路进行命制。

1.符合学生心理

心理是数学教学的内在力量,情景性和开放性的题材有助于唤起学生的学习兴趣、彰显学生的数学情感和个性。如教师设计的“采访毕达哥拉斯”的数学作文^[8]:设想你是一位电视记者,通过时空隧道回到遥远的古代,去希腊拜访著名学者毕达哥拉斯。采访中,毕达哥拉斯通过电视向全世界解释他的惊人发现——毕达哥拉斯定理的经过。关于学生“采访毕达哥拉斯”作文的素描内容主要包括:毕达哥拉斯定理的发现、毕达哥拉斯数组的探讨与推广、毕达哥拉斯定理的推广与应用等。教师的要求是:给学生一周的时间准备和写作,完成一篇报道,描述这次非同寻常的采访,重现毕达哥拉斯定理及证明。

2.立足“双基”发展

“双基”是数学思维的逻辑起点,重视基础知识和基本技能训练是我国数学教育的优良传统和宝贵经验。如数学作文题“四边形‘家族’发展史”^[9]:请用树形图、韦恩图和列表的方式,理顺四边形“家族成员”的关系,并用拟人的手法,以第一人称描述四边形“家族”。事实上,理顺四边形“家族成员”的“血缘关系”就是把握四边形的知识结构。学生如果要较好地完成上述数学作文,就必须对四边形有关概念的内涵和外延有较为充分的认识,必须要自主地总结、整理、回顾与反思有关的数学知识,建构起对“四边形”丰满而理性的“心理意义”,从而对“四边形”双基的理解与掌握更加深刻。

3.面向生活实际

生活是数学学习的源头活水,数学学习的外延与生活相等,让学生在生活应用中应用数学是数学教育的价值取向。数学作文命制可以选择现实或准现实的生活或数学情景,以及跨学科应用的问题,使学生认识到知识的现实背景和数学背景,发展学生实践创新的能力。如“商标设计”^[10]:请你用所学过的三角

形、平行四边形、长方形、正方形、梯形、圆等基本图形中的一部分或七巧板设计一个商标图案。设计过程中可以用计算机,并可以将自己的作品涂上颜色设计得更加漂亮。对设计的图案作如下说明:商标图案所使用的基本图形;直角、锐角、钝角和平行线、垂直线的数目;商标所代表的产品及其寓意。

(二)“体验·反思·表达”的教学模式

数学作文教学设计的关键在于问题和问题情境的创设,以促使学生产生强烈的“愤悱”,即情绪处于强烈的“不满足”状态。这里的“不满足”是对某一个问题的疑惑没有解决的“不满足”;或者是对一个问题自己获得了与众不同的解决方法处于极度的兴奋状态而没有表达的时间和机会而产生的“不满足”;或者是对某一个问题的有了新的体验与感悟未能得到交流表达而产生的“不满足”等。因此,数学作文的教学模式强调情境问题的体验、学习经验的反思、学习历程的表达,可以通过由内而外、由外而内、内外结合三条路径实现。

1. 由内而外的“情境—探究—反思—写作”模式

这一模式是从课内延伸到课外。学生通过亲历数学情境,在探究中产生深刻的体验与感悟,进而引导学生进行反思,使学生产生表达的欲望,再要求学生通过写作的方式表达出来。如“确定圆的条件”一课,教师首先创设了如下情境:搬家打碎大衣柜上的一面圆镜,只剩下了边缘的几块残片,请同学们帮助老师“破镜重圆”,并提供学生解决问题的方向——利用剩下边缘的残片画一个与原来大小一样的圆。大家围绕“平面上 n 个点最多可以确定多少个圆”展开了热烈讨论,在此基础上写出了一篇篇研究性的数学作文。这些数学作文充分表达了学生数学探究过程与结果,反映了学生的数学个性与数学现实,加深了对确定圆的条件的理解和拓展,提高了探索创新的意识与能力。

2. 由外而内的“问题—阅读—写作—交流”模式

这一模式是从课外回归到课内。学生在教师的指导下,在进行大量的课外阅读、欣赏、探究的基础上,获得了对数学深刻的体验与感悟后,写成数学作文,再到课内进行交流。如“勾股定理”的第一课,学生在课堂上就产生了许多疑问:我国数学家赵爽比毕达哥拉斯先发现勾股定理,为什么不叫“赵爽定理”而叫“毕达哥拉斯定理”?勾股定理的验证方法还有哪些?等等。这时教师要求学生自己去查阅资料,推导验证。学生在进行大量的资料查阅、文献检索后将研究的结果写成剧本、制成幻灯片、写成演讲

稿。教师根据情况又专门组织了一堂“勾股定理群英会”的主题班会,既满足了学生表达的欲望,又深化了学生对勾股定理的理解,将勾股定理的学习延伸到数学文化的层面。

3. 内外结合的“反思—交流—归纳—写作”模式

这一模式是课堂内外的融合。学生在掌握数学知识的过程中,经常会出现一些错误,但教师无需在课堂中及时指出和纠正,而是让学生在课后独立进行反思、探究,找出错误原因,再回到课堂中学生之间交流分享,总结归纳集体成果,写成数学作文。如,导数是高中数学中重要的考点之一,应用广泛。但学生在学习的过程中,特别是在利用导数解决函数单调性问题中,经常出错,这时,教师可以要求学生整理做过的相关作业和试卷,分析错题,找出错因,归纳类别,并写成反思性小作文,然后在学习小组中分享汇报,每个学习小组综合小组的集体成果后形成一篇数学作文。这些数学作文充分体现了学生在学习中的完整经历和完整思考,通过析错、纠错、归纳这样的思维过程,对自己在该问题上的数学思维进行了重识和剖析,有利于学生整理学习内容,提升数学思维品质。

(三)“方法·构思·情感”的教学指导

与语文课中的作文要求一致,数学作文同样要求写出清新别致的结构、个性独特的内容、真情实感的情谊。因此在数学作文的初始阶段,教师可以先提供范文进行赏析,供学生仿写。此后,教师更多的需要结合“方法、构思、情感”写作三个关键要素,指导学生明确写作目的,掌握写作方法,构思写作思路,激发写作情感。

1. 授之以渔,明之以意

题意的明晰、方法的学习是数学作文的前提。如,一位教师在《整式的运算》教学后,为了让同学们巩固重点知识,梳理经典题型,分辨易混知识,让学生写作一篇总结归纳型的数学作文。首先,教师需要指导学生认真审题,明晰写作目的,了解写作重点和难点。其次,教师可以引导学生学习总结归纳型数学作文写作的文章结构、体例和写作方法,当然也可以示范和鼓励学生别出心裁地创作,突破和超越教科书固有的知识体系结构,发挥想象力,进行重组和再构。

2. 晓之以理,示之以范

作文结构和内容的构思是数学作文的基础。以“话题式”为例,针对“数学归纳法”的数学作文,除提出关于内容、体裁、字数等具体要求外,还可进行如

下提示:数学归纳法的原理;数学归纳法的价值;数学归纳法在哲学上的辩证关系及意义;数学归纳法在生活中的应用及意义;你对它的理性美的体验与感受;你由它而产生的科学幻想和感慨等。以“随笔式”为例,学生可以书写对数学中简洁、统一、对称等美的认识和感受,也可以抒发对数学学习兴趣、动机、方法等的感想和反思。

3. 动之以情,导之以行

兴趣的激发、情感的调动是作文指导的关键。如一教师让学生以函数 $f(x)$ 为题,阐述他们对函数 $f(x)$ 的理解。在教师的积极鼓励下,从最初的不可思议到随后的跃跃欲试,在学生们上交的数学作文中,命名为《成长中的 $f(x)$ 》《当我打开 $f(x)$ 这扇窗时》《一份关于函数 $f(x)$ 专利的答辩记录》《采访 $f(x)$ 先生过程的全录》《人生函数》《函数的童话》和《爱情魔方——函数》等30多篇数学作文,对函数的理解认识到位、视角独特、表达新颖,师生共同分享了前所未有的启示和收获。

(四)“多元·开放·发展”的教学评价

数学作文评价体现的是素质教育的评价观,是一种典型的开放型评价,其评价内容与评价方式是多元的。毕竟,“评价最重要的意图不是为了证明,而是为了改进”^[11],数学作文评价旨在诊断教学问题、优化教学设计、促进师生发展。一般而言,作文评价的基本指标为思想内容、语言表达和层次结构,鉴于数学作文的学科特点,数学作文评价的重心是对内容的评价,可以通过评级式、评分式、评语式三种方式进行。

1. 评级式评价

评级的作用是为数学学习过程甚至结果提供有效的证据,这种信息对每个学生和他们的教师都极为重要。根据数学作文中内容创新的角度和程度,可将数学作文分为4级——A级为内容具有创新性,体现学生的创造力;B级为体现解决具体问题的能力和研究性学习的特点,具有探究和创造的潜能;C级为体现学生的心声,表达数学学习的体验、体会、感受、建议、困惑等直抒胸臆,没有造假;D级为文理欠通、结构较乱,缺乏自己的真实感情。^[12]

2. 评分式评价

数学作文的评分侧重于内容、语言和结构作为重要参考,内容、语言和结构的评分比例为5:3:2。其中,语言的基本要求是:文理通顺,准确表达;结构的基本要求是:结构完整,条理清楚。整体而言,“内容新颖,想象力丰富,具有创新意识”可评90—

100分,“研究性地学习,拓展知识,灵活地解决现实生活问题”可评75—90分,“抒发心声、学习体验,具有正确的价值取向”可评60—75分,“无任何数学特点及情感体验”评60分以下^[13]。

3. 评语式评价

评语(包括旁批和总评)是对数学作文进行评价的一种有效方式。与评级式评价、评分式评价相比,评语式评价有利于作者和评价者心灵互动和平等对话。数学作文的评语主要分为赞赏型、交流型、诊断型、反思型四种类型,赞赏型评语主要针对数学作文中内容精到、文笔优美、独特发现、想象新奇等方面的肯定与激励。交流型评语在于捕捉和关照学生数学作文中所展示的心灵轨迹,倾听学生内心世界,是与学生之间的心灵沟通与对话。诊断型评语一方面是对数学作文写作的指导,另一方面是对数学作文中所反映出来的学习困惑、问题的点拨和矫正。反思型评语是针对数学作文中的有关观点和论述提出需要思考的问题、细节,以启发作者和读者进一步探索与研究。▲

参考文献:

- [1] 戴启祥. 略论数学作文[J]. 成功(教育), 2008(11): 148.
- [2] 秦小红. 撩起数学作文的面纱[J]. 新课程(教育学术), 2010(1): 62-62.
- [3] 马岷兴. 数学作文:张扬学生的数学个性[J]. 数学教学, 2005(10): 10.
- [4] 姜燕平. 数学作文作为初中数学作业新形式的实践研究[D]. 成都:四川师范大学, 2014: 17.
- [5] 马岷兴, 潘亦宁. 从数学作文看中学生的创新能力[J]. 数学通报, 2002(2): 10.
- [6] 李森. 现代教学论纲要[M]. 北京:人民教育出版社, 2005: 6.
- [7] 谢发起, 陈玉英. 数学作文的命题研究[J]. 成都大学学报, 2007(12): 73.
- [8] 马岷兴. 例谈数学作文:“采访毕达哥拉斯”[J]. 数学通报, 2002(11): 12.
- [9] 马岷兴, 幸世强, 吴绍安. 初中数学新题:八年级[M]. 南宁:广西教育出版社, 2004: 137-138.
- [10] 谢发起. 浅析数学作文命题的价值取向[J]. 数学教学, 2006(10): 20.
- [11] 斯塔弗尔比姆. 方案评价的CIPP模式[C]. 陈玉琨, 译//翟葆奎. 教育论文集·教育评价. 北京:人民教育出版社, 1989: 164.
- [12] 毛光寿, 陈重阳. 数学作文的教学尝试与探索[J]. 数学教学通讯, 2005(3): 33.
- [13] 王珊, 潘亦宁. 关于数学作文评价的探讨[J]. 中学数学教学参考, 2002(6): 13.